ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 JUILLET 1940.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. — *Sur un théorème de J. A. Schouten et W. van der Kulk.* Note [1] de M. ÉLIE CARTAN.

1. J. A. Schouten et W. van der Kulk [2] ont énoncé et démontré, au moins dans des cas étendus, le théorème remarquable suivant :

Étant donné un système de q équations aux différentielles totales linéairement indépendantes de classe $q+2p$ ou $q+2p+1$, il est possible de choisir les q équations du système de manière que chacune soit de classe $2p+1$ [3].

On peut généraliser un peu ce théorème et en donner une démonstration assez simple fondée sur ma théorie des systèmes en involution, complétée par E. Kähler [4].

THÉORÈME. — *Étant donné un système de q équations de Pfaff linéairement indépendantes*

$$\theta_1 = \theta_2 = \ldots = \theta_q = 0, \tag{1}$$

soit p le plus petit entier tel que l'on ait

$$(\lambda_1 \theta'_1 + \lambda_2 \theta'_2 + \ldots + \lambda_q \theta'_q)^{p+1} \equiv 0 \qquad (\text{mod}\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q), \tag{2}$$

les λ_α étant des paramètres arbitraires et les θ'_α désignant les dérivées exté-

---

(1) Séance du 10 juin 1940.

(2) *Proc. Akad. Amsterdam*, 43, 1940, p. 18-31, 179-188, 453-462.

(3) La classe d'un système est le nombre minimum de variables au moyen desquelles le système peut s'écrire.

(4) *Hamburger Math. Einzelschr.*, **16**, 1934.

rieures des θ_α. Dans ces conditions, il est possible de choisir les q équations du système de manière que chacune d'elles soit de classe $2p+1$.

Remarquons que la classe du système pourrait être supérieure à $q+2p+1$ et même surpasser $q+2p+1$ d'un nombre aussi grand qu'on voudrait.

La congruence (2) signifie qu'il existe une relation de la forme

$$(3)\quad \lambda_1\theta'_1+\lambda_2\theta'_2+\ldots+\lambda_q\theta'_q\equiv[\omega_1\omega_2]+\ldots+[\omega_{2p-1}\omega_{2p}]\qquad(\text{mod}\,\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_q),$$

où $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{2p}$ forment avec $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$ un système de $2p+q$ formes de Pfaff linéairement indépendantes, combinaisons linéaires des différentielles $dx_1, dx_2, \ldots, dx_n$ des n variables qui interviennent dans les équations (1); les coefficients de ces différentielles peuvent du reste dépendre de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_q$. Les coefficients des équations $\theta_\alpha=0$ sont supposés *analytiques*.

2. Supposons, ce qui ne restreint pas la généralité, que $(\theta'_q)^p$ ne soit pas congru à zéro (mod $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$) et posons

$$(4)\qquad \Theta=u_1\theta_1+u_2\theta_2+\ldots+u_{q-1}\theta_{q-1}+\theta_q.$$

Formons le système différentiel aux $q-1$ fonctions inconnues $u_1, u_2, \ldots, u_{q-1}$ de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ condensé dans l'équation

$$(5)\qquad [\Theta\Theta'^{p+1}]=0,$$

dont le premier membre est une forme différentielle extérieure de degré $2p+3$. Ce système différentiel exprime précisément que l'équation $\Theta=0$ est de classe $2p+1$ quand on y remplace les u_α par leurs valeurs en fonction des x_i. L'étude de la compatibilité de ce système revient à l'étude des éléments plans intégraux du système formé par (5) et par cette équation dérivée extérieurement

$$(6)\qquad [\Theta'^{p+2}]=0.$$

Mais tout élément intégral de (5) est automatiquement élément intégral de (6) [5].

Tout revient donc à l'étude des éléments intégraux de (5).

---

[5] En effet l'équation (5) exprime que l'on a

$$\Theta'\equiv[\sigma_1\sigma_2]+\ldots+\sigma_{2p-1}\sigma_{2p}]\qquad(\text{mod}\,\Theta),$$

et que par suite Θ' se décompose en une somme d'au plus $p+1$ monomes quadratiques extérieurs; l'équation (6) est donc une conséquence *purement algébrique* de (5).

D'après (3), on a

$$(7)\qquad \Theta' \equiv [\omega_1\omega_2] + \ldots + [\omega_{2p-1}\omega_{2p}] + [\varpi_1\theta_1] + \ldots + [\varpi_{q-1}\theta_{q-1}] \qquad (\text{mod}\,\Theta),$$

où ϖ_α est égal à du_α augmenté d'une combinaison linéaire des différentielles dx_i. Cette relation (7), où $\omega_1, \ldots, \omega_p, \theta_1, \ldots, \theta_{q-1}, \varpi_1, \ldots, \varpi_{q-1}$ sont des expressions de Pfaff linéairement indépendantes, montre que l'équation $\Theta = 0$, *où n regarde les variables x_i et u_α comme indépendantes*, est de la classe $2p + 2q - 1$. Nous désignerons par

$$y_1,\quad y_2,\quad \ldots,\quad y_{2p+q},\quad v_1,\quad v_2,\quad \ldots,\quad v_{q-1},$$

un système d'intégrales premières indépendantes de son système caractéristique

$$\omega_i = \theta_\alpha = \varpi_\alpha = \Theta = 0,$$

et nous pouvons supposer que les $q-1$ dernières $v_1, \ldots, v_{q-1}$ sont indépendantes par rapport à $u_1, \ldots, u_{q-1}$. L'équation $\Theta = 0$ peut donc s'écrire au moyen des seules variables y_i, v_α.

Cela posé, le problème à résoudre est le suivant. *Dans l'espace à $2p + 2q - 1$ dimensions de coordonnées y_i, v_α, chercher les variétés à $2p + q$ dimensions satisfaisant au système (5) et sur lesquelles les formes différentielles $\omega_1, \ldots, \omega_{2p}, \theta_1, \ldots, \theta_{q-1}, \Theta$ sont linéairement indépendantes.*

3. Arrivons à l'étude des éléments intégraux de (5). Comme le premier membre de (5) est une forme différentielle de degré $2p + 3$, tout élément plan à $2p + 2$ dimensions est automatiquement intégral. Nous considérerons la famille $\mathcal{F}$ des éléments intégraux pour lesquels la forme $[\Theta\Theta'^p]$ n'est pas nulle, et, dans cette famille, les éléments intégraux à $2p + q$ dimensions qui n'établissent aucune relation linéaire entre les ω_i, les θ_α et Θ. On les obtient facilement en remarquant que, si l'on tient compte des équations d'un tel élément, on a nécessairement

$$\Theta' \equiv \sum_{i=1}^{i=p}\left[\left(\omega_{2i-1} - \sum_{\alpha=1}^{\alpha=q-1} b_{i\alpha}\theta_\alpha\right)\left(\omega_{2i} + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=q-1} a_{i\alpha}\theta_\alpha\right)\right] \qquad (\text{mod}\,\Theta).$$

Il en résulte pour cet élément intégral les équations

$$(8)\qquad \varpi_\alpha = \sum_{i=1}^{i=p}(a_{i\alpha}\omega_{2\alpha-1} + b_{i\alpha}\omega_{2i}) + \sum_{\lambda=1}^{\lambda=q-1} c_{\alpha\lambda}\theta_\lambda + c_\alpha\Theta,$$

où les coefficients sont assujettis aux relations

$$(9)\qquad c_{\alpha\beta} - c_{\beta\alpha} = \sum_{i=1}^{i=p}(a_{i\alpha}b_{i\beta} - a_{i\beta}b_{i\alpha}) \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, q-1).$$

Chacun de ces éléments intégraux fait partie d'une chaîne *régulière* ([6]) d'éléments intégraux à $2p+q-1$, $2p+q-2$, ..., $2p+2$ dimensions de la famille $\mathcal{F}$; on peut la définir, par exemple, en adjoignant aux équations (8) successivement les équations

$$\theta_{q-1}=0, \qquad \theta_{q-2}=0, \qquad \ldots, \qquad \theta_2=0.$$

Le système (5) est donc en involution et comme, par l'élément intégral à $2p+q-1$ dimensions de la chaîne, il passe ∞^1 éléments intégraux à $2p+q$ dimensions, définis chacun par la valeur du coefficient $c_{q-1,q-1}$, la solution générale du système (5) dépend d'une fonction arbitraire de $2p+q$ arguments.

4. La démonstration du théorème s'achève aisément. Il suffit de choisir q solutions particulières $\Theta_{(1)}, \Theta_{(2)}, \ldots, \Theta_{(q)}$ du système (5) telles que, pour un système de valeurs initiales x_i^0 des x_i au voisinage desquelles les coefficients des équations du système (1) sont holomorphes et le système est de rang q, le système $\Theta_{(1)}=\Theta_{(2)}=\ldots=\Theta_{(q)}=0$ soit lui-même de rang q. Cela est toujours possible parce qu'on dispose à volonté, pour intégrer le système (5), des valeurs initiales des u_α. Chacune des nouvelles équations de la famille sera exactement de classe $2p+1$.

Ajoutons la remarque évidente que le théorème ne peut pas être amélioré.

AGRONOMIE. — *Nécessité d'améliorer en France les Pommiers et leur culture pour l'utilisation plus large des pommes et de leurs produits destinés à l'alimentation humaine.* Note de M. **Auguste Chevalier**.

Le Pommier est, après la Vigne, le végétal ligneux le plus cultivé en France pour la production des fruits, utilisés directement dans l'alimentation ou pour la fabrication des boissons alcooliques; mais, alors que la Vigne a été chez nous, depuis un siècle, l'objet de recherches scientifiques considérables, que sa culture a été complètement transformée, les rendements accrus, les produits améliorés, la culture du Pommier est restée routinière; elle est même en décadence en certaines régions; les variétés

---

([6]) Cela signifie qu'à l'intérieur de la famille $\mathcal{F}$ la valeur maxima $2p+2q-h$ de la dimension de l'élément plan, lieu des éléments intégraux à $2p+h+1$ dimensions qui contiennent un élément intégral donné à $2p+h$ dimensions ($2\leqq h\leqq q-1$) est atteinte pour l'élément intégral à $2p+h$ dimensions de la chaîne.

que nous cultivons laissent pour la plupart fort à désirer et ne répondent point à nos besoins actuels. Des produits d'une grande richesse alimentaire que divers pays retirent de la pomme sont pour ainsi dire inconnus chez nous. En retard sur la plupart des pays d'Europe et de l'Amérique en Pomologie, nous devons nous atteler au plus tôt à l'amélioration et à la rationalisation d'une culture qui présente dans l'Ouest de la France, des conditions splendides de sol et de climat et qui a pour notre pays une importance considérable.

Au lendemain de la précédente guerre, j'ai déjà appelé l'attention sur l'intérêt des recherches en Pomologie. En 1920, j'ai signalé à l'Académie ([1]), d'après les études que je venais d'effectuer, l'origine des Pommiers à cidre de Normandie et de Bretagne, cultivés en vergers et champs et produisant les 7/10e du cidre français.

En 1921, j'ai publié un important travail sur l'histoire et l'amélioration des Pommiers et spécialement des Pommiers à cidre ([2]). J'y montrais l'importance de nos richesses pomologiques : la production cidrière française est d'environ 25 millions d'hectolitres par an, à peine moitié moindre que la production vinicole. La production des fruits de table est aussi fort importante. J'ai montré que nous possédons encore des variétés, les unes pour la table, les autres pour la fabrication du cidre, de premier choix, mais beaucoup de variétés sont en pleine décadence, par suite de leur multiplication par voie asexuée depuis des centaines d'années. « Les variétés anciennes d'arbres fruitiers » écrivait en 1835, Van Mons, le grand pomologiste belge « ne donnent plus que des arbres malades et des fruits mauvais. La greffe a prolongé leur existence au delà du terme que la nature leur avait accordé. Par le semis on peut refaire et améliorer encore ces variétés, mais cette régénération ne peut se faire au hasard : il y a des règles à suivre ».

Pour chaque variété il faut tenir compte de la fertilité, de la vigueur, de la rusticité, de l'adaptation au sol, de la résistance aux maladies et aux insectes nuisibles. Ce que l'on recherche aussi dans un fruit de table, c'est son aspect et sa coloration, sa taille et sa saveur, l'époque de sa maturation, enfin son degré de conservation. Pour les Pommiers à cidre, il faudrait réduire considérablement le nombre des variétés cultivées et les remplacer progressivement par des Pommiers nouveaux à fruits convenant non

---

([1]) *Comptes rendus*, **171**, 1920, p. 521-523.

([2]) *Revue de Botanique appliquée*, **1**, 1921, p. 149-215.

seulement pour la fabrication de la boisson, mais aussi pouvant être consommés sur la table et pouvant servir pour la fabrication de sirops concentrés et de gelées, confitures et marmelades, c'est-à-dire des variétés à plusieurs fins.

J'ai montré que la plantation de Pommiers à plusieurs fins, dans les vergers normands et bretons dont les fruits s'écouleraient facilement dans les villes, serait pour le cultivateur une importante source de revenus et l'amènerait à fabriquer moins d'eau-de-vie de cidre, fabrication qui est une plaie pour nos paysans de l'Ouest où le fameux privilège des bouilleurs de crû, très enraciné, contribue à entretenir l'alcoolisme.

Mais la création de nouvelles variétés ou leur découverte, leur sélection, les soins à leur donner, leur greffage, la lutte contre les maladies et les insectes nuisibles demandent des recherches nombreuses de longue haleine. La France est peut-être le seul grand pays qui ne possède pas une grande station centrale pomologique, une sorte d'Institut permanent, doté d'un personnel suffisant, attaché à des recherches scientifiques, pour améliorer les arbres fruitiers. Alors que des établissements d'État puissamment dotés existent au Canada, aux États-Unis, en Nouvelle-Zélande, en Afrique du Sud et en Argentine, en France la science de la pomiculture est entre les mains de particuliers et de petits cultivateurs non encouragés qui poursuivent des recherches sur une faible échelle et sans but d'intérêt général.

Les stations pomologiques de Caen, Rouen, Rennes, les vergers de Sées, Alençon etc. pour le Pommier à cidre, ne disposent que de moyens infimes. Outre un Institut central, il faudrait, à travers toute la France, des pépinières et des vergers d'études allant jusqu'à distribuer des greffes et des plants greffés aux cultivateurs, leur donnant des indications précises basées sur les recherches scientifiques et les obligeant au besoin à modifier leurs techniques désuètes en pomiculture. De grands espoirs naquirent en 1923, à la suite de la *Semaine nationale du cidre*, tenue à Paris et à laquelle prirent part de nombreux spécialistes, agriculteurs et cidriers. Des vœux furent votés, préconisant non seulement la création de vergers d'études et de vergers modèles, confiés aux Offices régionaux et départementaux d'agriculture, mais recommandant aussi de développer au maximum les industries dérivées de la pomme et d'étudier les applications du froid et du vide à la préparation des moûts concentrés, des fruits séchés, ou à la conservation des fruits frais. Des ministres et des parlementaires promirent des réalisations, mais tout cela est resté jusqu'à ce jour lettre morte.

Au contraire, l'Institut central des recherches agronomiques, les Offices d'agriculture, les laboratoires et champs d'essais agricoles créés par les Compagnies de chemin de fer, ont été peu à peu supprimés. Les recherches scientifiques relatives à l'Agronomie et spécialement à la culture des arbres fruitiers sont pour ainsi dire inexistantes dans notre pays. Le problème est toujours discuté de savoir de quel organisme scientifique de contrôle de telles recherches doivent relever. Dans le domaine de la Pomologie (au sens strict), les problèmes à résoudre sont pourtant d'une très grande importance.

Les recherches sur l'alimentation poursuivies depuis quelques années ont montré l'utilité des fruits dans l'économie bioénergétique. La pomme, en particulier, est un aliment complet de grande valeur. Le cidre et l'alcool de cidre ne devraient être que des produits secondaires. La pomme devrait être exploitée surtout pour ses fruits frais ou conservés frais une grande partie de l'année par le froid, mangés crus ou cuits, pour les pommes séchées servant à faire des fruits tapés ou des marmelades, pour les déchets utilisés en confiturerie, pour les moûts non fermentés, pasteurisés ou concentrés fournissant des sirops très riches en sucres (glucose, lévulose et saccharose) et en matière pectiques; ils trouveront leur emploi dans la préparation de toutes sortes de gelées de fruits et d'une utilisation si générale, de pâtes de pommes et de cidres gazéifiés, sucrés et légèrement fermentés, puis de sucre de pomme. Enfin les marcs, par un traitement spécial et addition de sirop de pomme, donnent l'*appelkraut* d'usage courant en Allemagne. Nos paysans, en faisant cuire le moût de pommes mélangé à des fruits coupés, obtenaient autrefois le *pommé* ou *raisiné de pommes*, aliment délaissé aujourd'hui, mais agréable et sain.

D'après les recherches de Balland, Lindet et Warcollier etc., les pommes sèches contiennent 51,15 % de matières sucrées, 8,28 % de matières azotées, 31,67 % d'amidon et pectine, 6,96 % de cellulose, 1,60 % de cendres constituées surtout par de l'acide phosphorique. Les pommes fraîches et les moûts sont riches en vitamines A, B^1, B^2 et C, en diastases vivantes et en huiles essentielles parfumées. Le moût non fermenté renferme 10 à 15 % de sucres divers, 0,05 % de matières albuminoïdes, 0,28 % d'acide malique, 0,32 % de matières pectiques. Un litre de moût renferme, suivant les variétés 100 à 200^g de sucre fermentescible, et $0^g,5$ à 20^g de matières pectiques; 100^g de pommes tapées apportent à l'organisme 216^{cal}. C'est un produit dynamogène très utile.

Ajoutons que dans l'industrie, par l'évaporation à basse température (45°) dans des concentrateurs à vide, on peut obtenir un sirop de pommes épais si la concentration est poussée jusqu'à 35° Baumé; si la concentration se poursuit au delà de 40° Baumé le sirop devient consistant et il

peut renfermer jusqu'à 650 ou 750^{g} de sucre total au kilogramme; il forme alors une gelée de pommes acidulée et très sucrée, fort agréable au goût. On pourrait l'employer pour sucrer quantité de mets et même le café. On conçoit de quel intérêt serait un tel produit par ces temps de disette de sucre en France.

J'ai calculé qu'en concentrant et stérilisant la moitié de la récolte annuelle de pommes en France qui, les bonnes années, fournit 25 millions d'hectolitres de cidre, on pourrait obtenir 125 millions de kilos de sucre et 300 millions de kilos de confitures, compotes ou gelées sans emploi de sucre de Betteraves. Les variétés cultivées actuellement ne donneront ces produits alimentaires qu'en qualités très ordinaires. Il est donc urgent d'améliorer notre verger français. Toutefois il ne faut pas négliger les produits dont nous disposons dès maintenant. Au moment où se dessine chez nous une dure période de sous-alimentation, il y aurait lieu de préparer en grande quantité dans les mois qui viennent des pommes coupées, séchées artificiellement au four ou au soleil, puis du raisiné de pommes, enfin utiliser les marcs pour en faire un appelkraut et préparer industriellement si possible des sirops concentrés de pommes pour remplacer le sucre de Betteraves. Le raisin séché et le moût de vin cuit ou concentré peuvent être utilisés de la même manière, quoique moins employés en confiturerie.

CORRESPONDANCE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Préparation et spectre Raman de l'acide métatungstique.* Note [1] de Mlles **Marguerite Cordier**, **Marcelle Murgier** et **Marie Théodoresco**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour la préparation de l'acide métatungstique, nous avons essayé la méthode de Copaux employée déjà par Yeu Ki Heng [2], mais nous avons rencontré des difficultés concernant la solubilité de l'acide métatungstique dans l'éther; ces difficultés ont déjà été signalées par Rosenheim [3]. La

---

(1) Séance du 27 mai 1940.

(2) Thèse de Paris, 1936.

(3) *Zeits. anorg. Chem.*, 69, 1911, p. 247.

méthode de Péchard nous a permis au contraire de réussir à coup sûr; nous la rappelons brièvement.

On transforme, en solution étendue et à l'ébullition, le tungstate neutre de sodium en métatungstate, par addition d'une quantité convenable, un peu supérieure à la quantité théorique, d'hydrate tungstique jaune. La solution est filtrée, concentrée à l'ébullition, et additionnée à chaud de chlorure de baryum. Par refroidissement, il se forme des cristaux de métatungstate de baryum qu'on purifie par recristallisation et dont la formule est $(WO^3)^4BaO, 9H^2O$. Pour préparer l'acide, on pulvérise une certaine quantité de cristaux qu'on attaque par la quantité théorique, d'acide sulfurique, le contact étant maintenu de 15 à 30 minutes, avec agitation fréquente. Pour éliminer les traces de métatungstade de baryum dissoutes dans l'acide métatungstique, il est préférable de maintenir le mélange réagissant dans l'eau glacée. On filtre sur entonnoir Buchner. On obtient ainsi facilement une solution de concentration 0,6 M en acide métatungstique, comme le montre le dosage à la soude en présence d'hélianthine à froid. On vérifie qu'à l'ébullition, en présence de phtaléine, le dosage à la soude exige exactement quatre fois la quantité à froid; l'acide métatungstique est converti en acide tungstique normal.

A la concentration 0,6 M, l'acide métatungstique se conserve sans trouble plusieurs jours à la glacière. On peut obtenir des concentrations plus élevées; la solution de concentration 1,025 (densité 1,94) correspond à une solubilité de 100^g dans 100^g d'eau, nettement supérieure à la valeur indiquée par Soboleff ([4]).

Le spectre Raman de l'acide métatungstique (titre 0,6 env.) est analogue à ceux des métatungstates de sodium et de baryum et que l'une d'entre nous a déjà publiés ([5]).

Il s'agit donc du même cation complexe W^4O^{13--}, dont voici les raies Raman dans le cas de l'acide : 974-969 cm^{-1}; 945 cm^{-1}; 904-897-890 cm^{-1}; une bande vers 415 cm^{-1}; une bande vers 324 cm^{-1}; une bande vers 216 cm^{-1}.

L'ion complexe W^4O^{13--} est probablement formé par association de $4WO^3$, comme semble le montrer la dissociation rappelée plus haut. L'individu WO^3 présenterait donc des valences polaires dues à la déformation réciproque des atomes W et O. Certaines raies, les plus intenses probablement, lui appartiennent en propre, les autres sont vraisemblablement dues à l'ion complexe W^4O^{13--}.

([4]) *Zeits. anorg. Chem.*, **12**, 1896, p. 16.

([5]) Marie Théodoresco, *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 297.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des combinaisons formées par le nitrate de thorium et les nitrates de potassium, de sodium et de lithium.* Note ([1]) de Mme **Cécile Braseliten**, présentée par M. Marcel Delépine.

Je me suis proposé de mettre en évidence les différentes combinaisons que peuvent former en solution concentrée le nitrate de thorium et les nitrates de sodium, de potassium et de lithium, par trois méthodes différentes :

1° Chaleurs de mélange; 2° détermination des écarts entre les densités trouvées et calculées; 3° détermination des écarts entre les indices de réfraction trouvés et calculés.

Les solutions employées sont 2N. Les résultats de ces mesures ont été consignés dans les tableaux ci-après :

Les graphiques construits avec les données précédentes (en ordonnées les chaleurs de mélange, les écarts entre les densités trouvées et calculées, les écarts entre les indices trouvés et calculés; en abscisses les compositions des mélanges) présentent :

1° pour le système $(NO^3)^4Th—NO^3Na$, deux points anguleux correspondant à l'existence de deux mélanges qui sont $2(NO^3)^4Th—NO^3Na$ et $(NO^3)^4Th—NO^3Na$.

2° pour le système $(NO^3)^4Th—NO^3K$, un maximum correspondant à $(NO^3)^4Th, NO^3K$.

3° pour le système $(NO^3)^4Th—NO^3Li$, un maximum correspondant à $2(NO^3)^4Th, NO^3Li$. La courbe des écarts de densité présente une anomalie.

A partir des solutions correspondant à ces différents composés, j'ai pu isoler à l'état de pureté $2(NO^3)^4Th, NO^3Na, 20H^2O—(NO^3)^4Th, NO^3Na, 7H^2O—(NO^3)^4Th, NO^3K, 7H^2O—2(NO^3)^4Th, NO^3Li, 20H^2O$.

La dessiccation à 40° de ces sels m'a fourni les hydrates $2(NO^3)^4Th, NO^3Na, 8H^2O—(NO^3)^4Th, NO^3Na, 2H^2O—(NO^3)^4Th, NO^3K, 1,5H^2O$. La combinaison $2(NO^3)^4Th, NO^3Li, 20H^2O$ fournit un sel basique.

A partir de 80° tous ces hydrates commencent à se décomposer avec perte de NO^3H. Aucun sel n'a pu être obtenu anhydre.

([1]) Séance du 3 juin 1940.

Mélanges en volume		Chaleur de mélange	Densité			Indice de réfraction		
$(NO^3)^4Th$.	NO^3Na.	(temp. : 6 à 9°).	trouvée à 10°.	calculée.	écart.	trouvé à 10°.	calculé.	écart.
			Système $(NO^3)^4Th-NO^3Na$.					
cm³	cm³	cal						
30	10	69,9	1,620	1,609	+0,011	1,418	1,413	+0,005
25	15	86,9	1,537	1,526	+0,011	1,4073	1,4036	+0,0037
23,5	16,5	92,5	1,507	1,498	+0,009	1,403	1,4053	—0,0023
22,5	17,5	89,6	1,491	1,484	+0,007	1,401	1,4027	—0,0017
20	20	83,9	1,453	1,442	+0,011	1,3965	1,3942	+0,0023
18,5	21,5	87,9	1,424	1,417	+0,007	1,393	1 3948	—0,0018
17,5	22,5	85	1,406	1,401	+0,005	1,3887	3923	—0,0036
15	25	78,1	1,369	1,359	+0,010	1,385	1,3835	+0,0015
10	30	55,6	1,284	1,276	+0,008	1,3748	1,3727	+0,0021
			Système $(NO^3)^4Th-NO^3K$.					
$(NO^3)^4Th$.	NO^3K.	13 à 16°.	à 15°.			15°.		
30	10	113,1	1,604	1,611	—0,007	1,418	1,428	—0,010
25	15	142,6	1,532	1,529	+0,003	1,407	1,410	—0,003
22,5	17,5	148	1,492	1,488	+0,004	1,401	1,402	—0,001
20	20	148,8	1,454	1,447	+0,007	1,397	1,396	+0,001
17,5	22,5	141,2	1,410	1,406	+0,004	1,391	1,392	—0,001
15	25	134,3	1,370	1,365	+0,005	1,382	1,387	—0,005
10	30	100,9	1,288	1,282	+0,006	1,373	1,374	—0,001
			Système $(NO^3)^4Th-NO^3Li$.					
$(NO^3)^4Th$.	NO^3Li.	8 à 10°.	à 10°.			à 10°.		
30	10	22,4	1,569	1,569	0	1,4115	1,4165	—0,005
28,5	11,5	26,2	1,550	1,5445	+0,005	1,409	1,4145	-0,0055
26,5	13,5	28,5	1,519	1,511	+0,008	1,406	1,411	—0,005
25	15	27,2	1,487	1,4865	+0,0005	1,402	1,408	—0,006
22,5	17,5	26,8	1,442	1,4455	—0,0035	1,395	1,404	—0,009
20	20	25,95	1,4075	1,404	+0,0035	1,391	1,399	—0,008
17,5	22,5	24,6	1,380	1,363	+0,017	1,387	1,394	—0,007
15	25	22	1,3315	1,322	+0,0095	1,3815	1,3885	—0,007
10	30	17,8	1,2455	1,239	+0,0065	1,3705	1,377	—0,0065

J'ai mesuré la chaleur de dissolution des hydrates précédents. Voici les résultats obtenus :

	Cal.
$2(NO^3)^4Th$, NO^3Na, $20H^2O$	— 9,20
$2(NO^3)^4Th$, NO^3Na, $8H^2O$	+10,38
$(NO^3)^4Th$, NO^3Na, $7H^2O$	— 7,69
$(NO^3)^4Th$, NO^3Na, $2H^2O$	+ 2,95
$(NO^3)^4Th$, NO^3K, $7H^2O$	— 9,69
$(NO^3)^4Th$, NO^3K, $1,5H^2O$	0,79

HYDROLOGIE. — *Les composantes annuelle et semi-annuelle des niveaux en Finlande.* Note de M. **Vladimir Frolow**, présentée par M. Georges Perrier.

L'objet de cette Note est de fixer les caractères principaux de la répartition de la phase de la composante annuelle et de la composante semi-annuelle des niveaux des lacs et des cours d'eau de la Finlande. Les données utilisées ont été retirées des Annuaires du Bureau Hydrographique d'Helsinki pour les années 1930-1931 et 1932-1935. Les composantes ont été isolées pour 101 stations par la méthode de M. H. Labrouste.

Sur les cartes reproduites ici on a inscrit, au droit de chacune des stations étudiées, la phase de la composante envisagée réalisée en juillet 1933, en l'exprimant en centièmes de la période. Les aires où la phase de la composante semi-annuelle a été *supérieure* à 50 % (et à 40 % pour la composante annuelle) sont représentées en grisé fin. Les aires où la composante semi-annuelle a été *inférieure* à 20 % (à 10 % pour la composante annuelle) portent un grisé plus dense.

La répartition de la phase apparaît très compliquée, mais similaire dans l'ensemble, pour les deux composantes. C'est la comparaison avec les cartes des isothermes, de la répartition de l'épaisseur de la couche de neige et de l'époque de la fonte des glaces ([1]), qui en permet une interprétation. On constate que les lieux d'avance de phase des composantes des niveaux coïncident avec les régions où la température est la plus élevée au printemps. Ce sont notamment les côtes et le centre de la région lacustre. L'épaisseur de la couche de neige a une influence retardatrice sur la phase des niveaux ; il faut en particulier remarquer le centre de retard de phase de la région de Tammerfors, où il y a un maximum d'enneigement. D'autre part, le lieu de la débâcle plus précoce des lacs au nord des îles Aaland correspond à une avance de phase des composantes étudiées. De même, les lieux de la débâcle retardée de la région de Nurmes et d'Oulujärvi correspondent à un retard de phase de ces composantes.

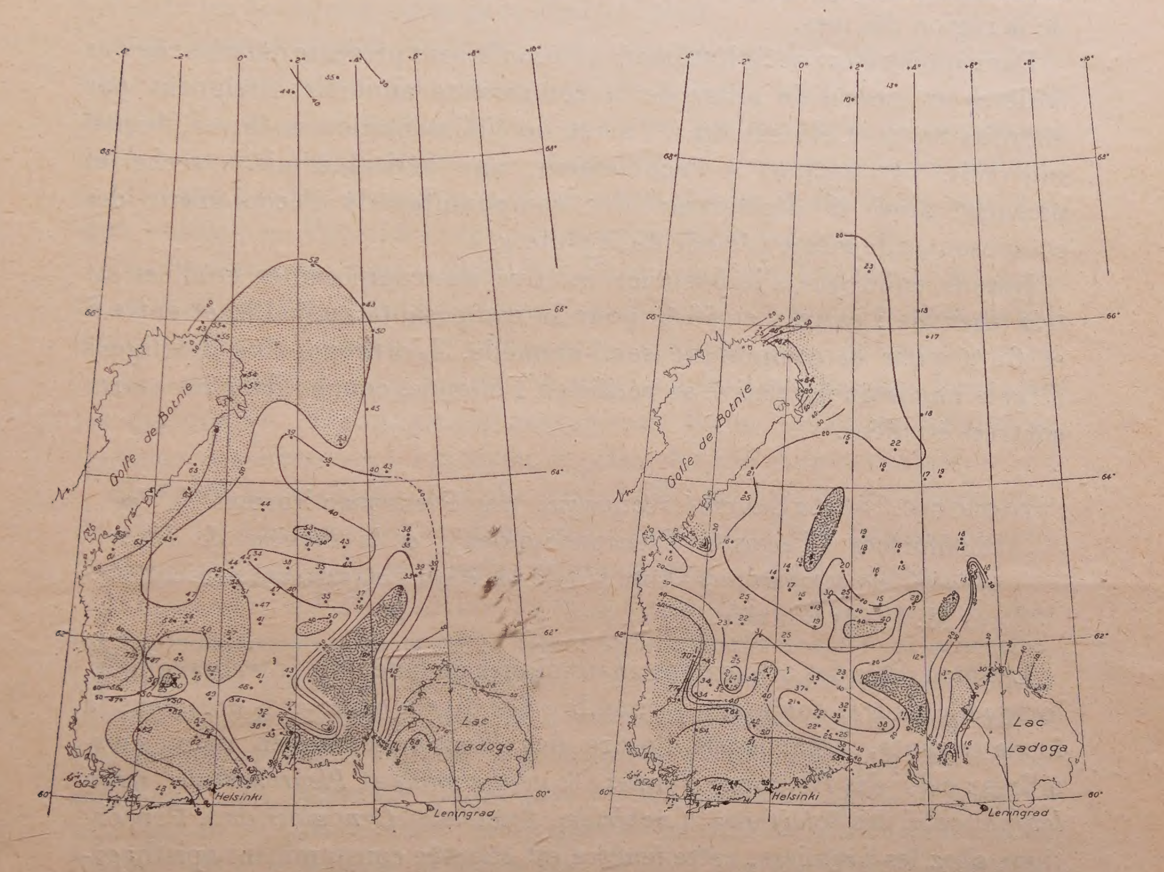
Dans son ensemble la répartition de la phase de la composante annuelle et de son harmonique est régie en Finlande par la température et par l'efficacité de celle-ci pour la fonte des neiges et des glaces. Malgré la variabilité des températures d'année en année, les variations de phase restent en

---

([1]) *Atlas de Finlande*, 1910. Helsingfors, 1911. Cartes n^{os} **16**, **18** et **19**.

un point, donné en général, très faibles pour l'intervalle de temps étudié (1930-1935).

Les détails de la répartition de la phase des composantes portent la marque d'autres influences encore. On peut signaler que les zones côtières d'avance de phase montrent une ressemblance avec des zones similaires



définies pour les précipitations (²). La valeur de l'avance de phase des composantes des niveaux relativement plus grande au nord des îles Aaland peut être en relation avec le fait de l'avance de phase des pluies.

L'écoulement lent dans la région des lacs impose de son côté un retard de phase aux composantes. Ainsi peut s'expliquer en particulier la faible valeur de la phase à l'ouest de Kotka, le long du défluent de la région lacustre.

(²) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 521.

Nous voyons, par cet exemple, que le relief peu accusé de la Finlande n'a qu'une action secondaire, visible sur l'exutoire de la région des lacs seulement, exutoire qui écoule un volume d'eau considérablement plus grand que celui qui lui vient de son propre bassin. Aussi tous les fleuves côtiers sont anaplymiriques, mais le relief rend cataplymirique ce défluent de la région des lacs.

Par rapport aux précipitations [2], l'écoulement présente dans les régions côtières un retard de phase de la composante annuelle atteignant par endroits 80 %. Cela est dû à l'arrêt de l'alimentation en hiver, lequel introduit, par rapport à l'écoulement, une véritable saison sèche et perturbe ainsi la dépendance des composantes de l'écoulement des composantes de même période de la pluie.

Notons enfin que l'importance relative des composantes étudiées est très variable : entre 7 et 56 % pour la composante annuelle, et entre 6 et 61 % pour la composante semi-annuelle. L'orthogonalité des lignes d'égale importance relative se vérifie en Finlande, comme dans les autres contrées étudiées.

ZOOLOGIE. — *La parenté réciproque des* Pleuronectiformes *et des* Soleiformes (Teleostei Pleuronectoidea), *à la lumière de leurs affinités morphologiques*. Note [1] de M. Paul Chabanaud, présentée par M. Louis Bouvier.

Les modalités des connexions anatomiques de la fenêtre interbranchiale, lorsquelle existe, comptent au nombre des divers caractères qui, dans la faune vivante, répartissent l'ordre des *Pleuronectoidea* en deux sous-ordres : celui des *Pleuronectiformes* (*Scophthalmidæ* et *Pleuronectidæ*, *sensu lato*) et celui des *Soleiformes* (*Achiridæ*, *Soleidæ* et *Cynoglossidæ*). Proaortique chez les premiers, cette fenêtre est réputée constamment opisthaortique, chez les seconds [2].

Or je viens de constater la situation proaortique de la fenêtre en question, chez les *Achiridæ* du genre *Catathyridium* (deux espèces). Pareille morphologie réduit certes l'importance que l'on était en droit d'accorder à cette catégorie de caractères. En revanche, s'ajoutant à la présence (constante chez les *Achiridæ*, comme chez les *Pleuronectidæ*

---

(1) Séance du 8 juillet 1940.

(2) P. Chabanaud, *Mém. Inst. Égypte*, 32, 1937, p. 8-42; *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 2014.

typiques) des ptérosphénoïdes et à celle du sillon tégumentaire margino-préoperculaire (sillon inexistant chez les *Soleidæ* et les *Cynoglossidæ*, mais très apparent chez tous les *Pleuronectiformes*) la situation proaortique de la fenêtre interbranchiale des *Catathyridium* témoigne surabondamment d'une parenté plus étroite entre les *Achiridæ* et les *Pleuronectidæ* qu'entre les *Soleidæ* et ces mêmes *Pleuronectidæ*.

Pleuronectidæ (*sensu* Norman 1934), *Achiridæ* et *Soleidæ* sont dextres. Chez les uns comme chez les autres, les écailles pleurogrammiques se réduisent à un pholidoplaxe subtriangulaire, perforé par le diverticule du canal sensoriel (morphologie qui, en dehors de l'ordre des *Pleuronectoidea*, se retrouve dans celui également dyssymétrique des *Psettodoidea*, ainsi que chez quantité de Percoïdes typiques, les *Sparidæ* entre autres).

Les *Cynoglossidæ* sont sénestres, à l'instar des *Scophthalmidæ*. Dans ces deux familles, les écailles pleurogrammiques, lorsqu'elles font partie d'une pholidose cténoïde, s'adornent de spinules, de part et d'autre de l'orifice terminal de la tubulure ([3]) et, parmi les *Cynoglossidæ*, rares sont les espèces (e. c. *Cynoglossus senegalensis* Kaup) dont les écailles en question se différencient à la façon de celles des *Soleiformes* dextres.

Eu égard à l'atrophie partielle des écailles de tous les *Pleuronectoidea* dextres, la structure des écailles pleurogrammiques des formes sénestres n'est rien d'autre qu'une moindre différenciation de ces phanères.

D'autre part, dans l'ensemble des *Pleuronectoidea* (comme d'ailleurs chez les *Psettodoidea*) que les familles soient typiquement dextres ou sénestres, les individus normaux ou inversés, l'estomac et l'intestin se replient invariablement à droite du foie; en harmonie avec cette disposition, l'artère cœliaco-mésentérique appartient constamment à l'hémisome droit. Nécessairement, les éléments somatiques et les éléments splanchniques se trouvent en rapport différent, selon que l'organisme est dextre ou sénestre. Ce pourrait être la cause de ce fait que, riches d'une quantité pratiquement similaire d'espèces, les formes sénestres le cèdent cependant aux formes dextres, sous le rapport de la profondeur de leur différenciation morphologique. Cette différence trouve son expression dans l'inégale complexité de la classification de ces deux ensembles de formes : alors que les types sénestres se répartissent naturellement en deux familles homogènes, celle

---

([3]) P. Chabanaud, *Mém. Soc. Sc. Nat. Maroc*, 35, 1935, fig, 1, 2, 20, 21 et 26. Id. *in Missions A. Gruvel dans le canal de Zuez*, 2, *Poissons*, fig. 6 et 10 (*Mém. Inst. Égypte*, 35, 1937).

des *Scophthalmidæ* (*Bothidæ* Norman) et celle des *Cynoglossidæ*, la classification des types dextres comporte une longue série de familles et de sous-familles, qu'en vue de la clarté de ce rapide exposé, j'ai résumée en ne mentionnant que les *Pleuronectidæ* (y compris les *Brachypleuridæ*, les *Pœcilopsettidæ*, les *Samaridæ* et les *Rhombosoleidæ*), les *Achiridæ* et les *Soleidæ*.

Compte tenu de la quantité et de l'importance des caractères morphologiques qui opposent les *Soleiformes* aux *Pleuronectiformes*, notamment en ce qui concerne la chiasma opticum, ce qui a été dit au début de cette Note ne permet cependant pas d'accorder d'autre valeur à la concordance (dextre ou sénestre) de la version somatique que celle d'une pure convergence.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séances des 8, 15 et 22 juillet 1940.)

Note de MM. *Marc Simonet*, *Robert Chopinet* et Mlle *Françoise Armenzoni*, Sur l'apparition des mutations tétraploïdes chez l'Aubergine, le Piment, le Rutabaga, le Soja, la Betterave et la Poirée, après application de colchicine :

Page 18, *au lieu de* Mlle Françoise, *lire* Mlle Félicie; ligne 13 en remontant, *au lieu de* de la colchicine, *lire* de colchicine.

Page 19, ligne 1, *au lieu de* Poirée suisse et Poirée verte, *lire* Poirée suisse, Poirée blonde et Poirée verte; ligne 5, *au lieu de* 30 %, *lire* 3 %; ligne 11, *au lieu de* 6 Betteraves, 4 Poirées, *lire* 12 Betteraves, 8 Poirées; lignes 13 et 14, *au lieu de* est un moyen d'analyse beaucoup plus sûr, le volume des grains étant, *lire* est un premier moyen d'analyse très sûr, le volume des grains des tétraploïdes étant; ligne 21, *au lieu de* qui traduisent, *lire* qui conduisent.